

Temat: **Twierdzenie Talesa** -

2 lekcje

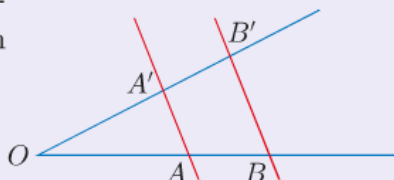
Obejrzyjcie film : <https://www.youtube.com/watch?v=l7NPdUfBGuM>

Notatka:

Twierdzenie Talesa

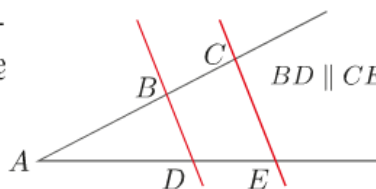
Jeżeli ramiona kąta AOA' są przecięte dwiema prostymi równoległymi AA' i BB' , to długości odcinków wyznaczonych przez te proste na jednym ramieniu tego kąta są proporcjonalne do długości odpowiednich odcinków wyznaczonych przez te proste na drugim ramieniu:

$$\frac{|OA'|}{|OA|} = \frac{|A'B'|}{|AB|} \quad \text{oraz} \quad \frac{|OA'|}{|OA|} = \frac{|OB'|}{|OB|}$$

**Ćwiczenie 1**

a) Długość którego odcinka (rysunek obok) należy wstawić w miejsce $?$, aby otrzymać proporcję prawdziwą? Zapisz tę proporcję w zeszycie.

$$\frac{?}{|AE|} = \frac{|AB|}{|AD|}, \quad \frac{|AC|}{|BC|} = \frac{?}{|DE|}$$

**Proporcją nazywamy równość dwóch ilorazów:**

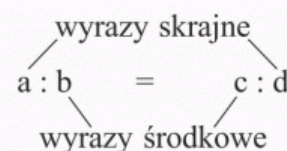
$a : b$ – iloraz liczb a i b , gdzie $b \neq 0$

$c : d$ – iloraz liczb c i d , gdzie $d \neq 0$

$a : b = c : d$ – proporcja

lub inny zapis

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

gdzie $b \neq 0$ i $d \neq 0$ 

W proporcji iloczyn wyrazów skrajnych równa się iloczynowi wyrazów środkowych, czyli

W praktyce stosuje się częściej zapis ułamkowy;

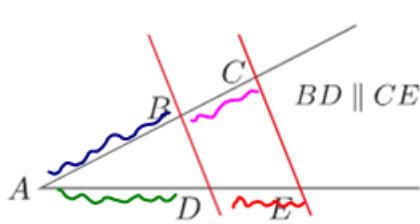
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

mówimy, że mnożymy na krzyż

$$a \cdot d = b \cdot c$$

b) Oblicz długość odcinka AD , jeśli: $|AB| = 3,6$; $|AC| = 5,4$; $|DE| = 1,2$.

$$|BC| = 5,4 - 3,6 = 1,8$$



$$\frac{|AB|}{|AD|} = \frac{|BC|}{|DE|}$$

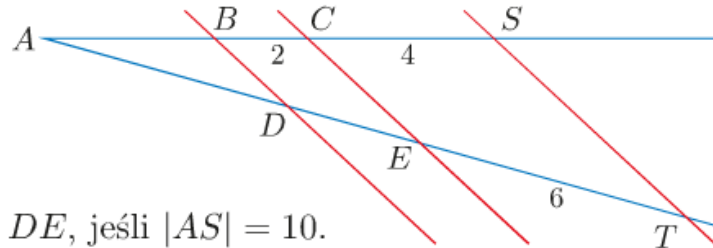
$$\frac{3,6}{x} = \frac{1,8}{1,2} \text{ to } x \cdot 1,8 = 1,2 \cdot 3,6$$

$$1,8x = 4,32 : 1,8$$

$$x = 2,4$$

Ćwiczenie 2

Proste: BD , CE i ST (rysunek obok) są równoległe.

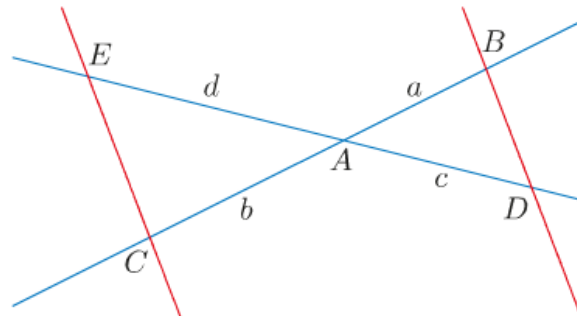


Oblicz długości odcinków: AD i DE , jeśli $|AS| = 10$.

Zauważmy, że równość $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ zachodzi również w sytuacji przedstawionej na rysunku poniżej ($BD \parallel CE$).

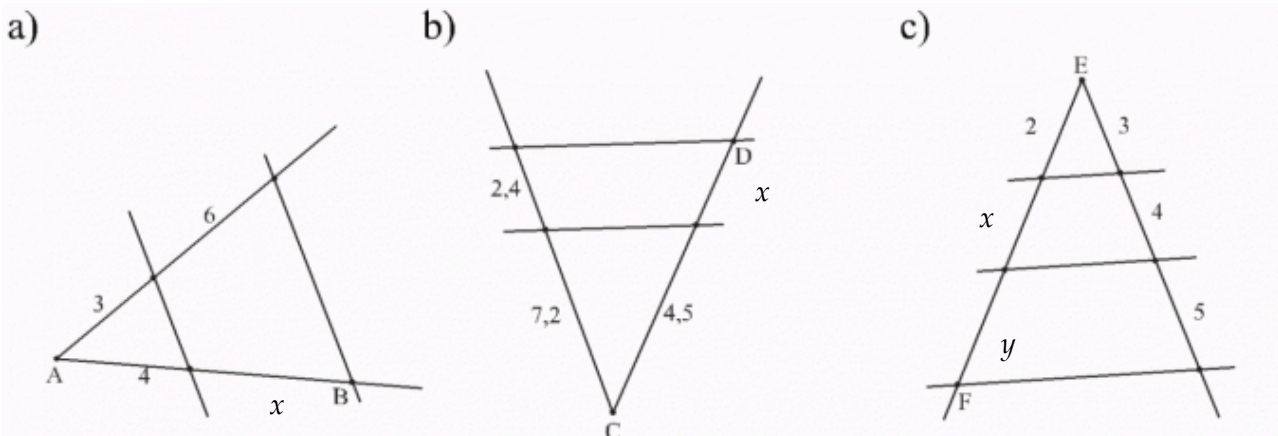
Ćwiczenie 3

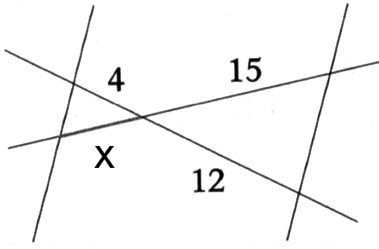
Oblicz długość odcinka ED (rysunek obok), jeśli $a = 3,6$, $b = 4,8$, $c = 4,5$ oraz proste BD i CE są równoległe.



Ćwiczenie 4

Wyznacz x, y





Podział odcinka na 3 równe części:

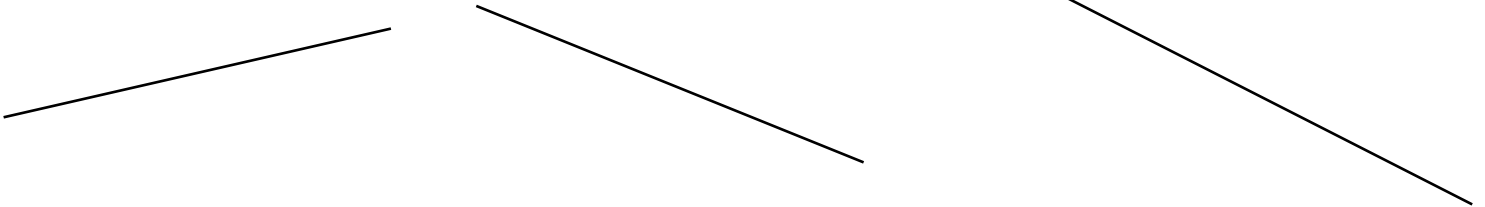
<https://www.youtube.com/watch?v=iYqGHNEUctg>

<https://spodnietalesa.wordpress.com/grupa-iv/podzial-odcinka-na-rowne-czesci/>

Ćwiczenie 5

Podziel odcinek AB

- a) na 5 równych części, b) na 7 równych części, c) w stosunku 4 : 5?



Aby podzielić odcinek w stosunku 4 : 5 należy podzielić odcinek na 9 równych części.

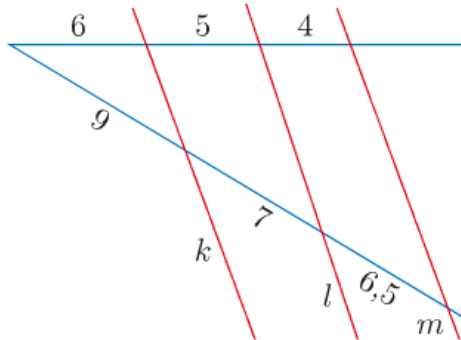
Prawdziwe jest również **twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa** – mówi ono, że z proporcji odpowiednich odcinków wynika równoległość prostych.

Twierdzenie

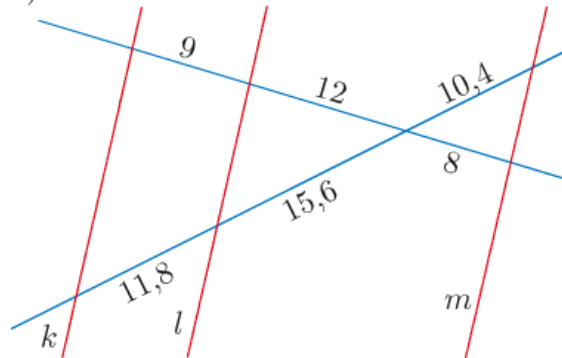
Jeżeli odcinki wyznaczone przez dwie proste na jednym ramieniu kąta są proporcjonalne do odpowiednich odcinków wyznaczonych przez te proste na drugim ramieniu kąta, to te proste są równoległe.

5. Sprawdź, które z prostych k , l i m są równoległe.

a)



b)



b) stosunki długości odcinków pomiędzy odpowiednimi prostymi sprowadzamy do ułamków nieskracalnych:

$$\left. \begin{aligned} L &= \frac{9}{11,8} = \frac{90}{118} = \frac{45}{59} \\ P &= \frac{12}{15,6} = \frac{120}{156} = \frac{20}{26} = \frac{10}{13} \end{aligned} \right\} \text{czyli } L \neq P \text{ więc } k \nparallel l$$

$$\left. \begin{aligned} L &= \frac{8}{10,4} = \frac{80}{104} = \frac{20}{26} = \frac{10}{13} \\ P &= \frac{12}{15,6} = \frac{120}{156} = \frac{20}{26} = \frac{10}{13} \end{aligned} \right\} \text{czyli } L = P \text{ więc } m \parallel l \text{ i } k \nparallel m$$

Wykonajcie podpunkt a).